Corrigé : *Maths*		**Examen : *Baccalauréat***							
		Session : *2017*							
	Série :	A1	A2	A4	C	D	G	Stc	Sti
	Coeff. :			3					
Nbr pages :	Durée :			3					

Série A4

Exercice 1 :

Partie A : Résolution des équations.

1. $x^2-4x-21=0$. $\Delta=b^2-4ac$; avec $a=1$, $b=-4$ et $c=-21$.

$\Delta=(-4)^2-4(1)(-21)=100=10^2$.

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{4-10}{2}=-3 \text{ et } x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{4+10}{2}=7.$$

$$S=\{-3,7\}.$$

2. En déduire la solution de :

a) $(\ln x)^2-4(\ln x)-21=0$

Posons $X=\ln x$; l'équation devient $X^2-4X-21=0$.

D'après 1) on a : $X=-3$ ou $X=7$.

Pour $X=-3 \Leftrightarrow \ln x=-3 \Leftrightarrow x=e^{-3}$. Pour $X=7 \Leftrightarrow \ln x=7 \Leftrightarrow x=e^7$.

D'où, l'ensemble de solution $S=\{e^{-3},e^7\}$

b) $\ln x + \ln(x-4) = \ln 21$.

Condition d'existence : l'équation existe $\Leftrightarrow x>0$ et $x-4>0 \Leftrightarrow x>0$ et $x>4$.

$$D_e =]4 ; +\infty[.$$

Par conséquent, pour tout réel x de D_e,

$\ln x + \ln(x-4) = \ln 21 \Leftrightarrow \ln[x(x-4)] = \ln 21 \Leftrightarrow x(x-4) = 21 \Leftrightarrow$

$x^2 - 4x - 21 = 0$; et d'après 1) $x = -3 \notin D_e$ ou $x = 7 \in D_e$. D'où $S = \{7\}$.

c) $e^{4x} - 4e^{2x} - 21 = 0 \Leftrightarrow (e^{2x})^2 - 4(e^{2x}) - 21 = 0$. Posons : $t = e^{2x}$.

L'équation devient $t^2 - 4t - 21 = 0 \Leftrightarrow t = -3$ ou $t = 7$.

Pour $t = -3 \Leftrightarrow e^{2x} = -3$ impossible. Pour $t = 7 \Leftrightarrow e^{2x} = 7 \Leftrightarrow x = \dfrac{\ln 7}{2}$.

D'où, l'ensemble de solution $S = \left\{\dfrac{\ln 7}{2}\right\}$.

Partie B : Suite numérique.

(U_n), une suite arithmétique de raison **r** tel que $U_4 = 10$ et $U_7 = 19$.

1. a) $U_n - U_p = (n-p)r \Leftrightarrow (7-4)r = U_7 - U_4 \Leftrightarrow 3r = 19-10 \Leftrightarrow 3r = 9 \Leftrightarrow r = 3$.

   b) (U_n), suite arithmétique de raison $r = 3 > 0$, alors elle est croissante.

2. a) $U_n - U_p = (n-p)r \Leftrightarrow U_4 - U_0 = (4-0)r \Leftrightarrow 10 - U_0 = 4\times 3 \Leftrightarrow U_0 = -2$.

   b) $U_n = U_0 + nr \Leftrightarrow U_n = 3n - 2$.

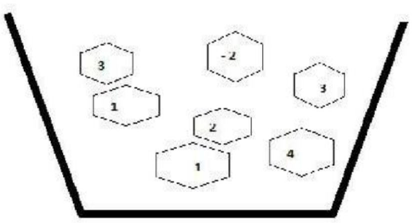
3. a) $U_n = 58 \Leftrightarrow 3n - 2 = 58 \Leftrightarrow n = 20$.

   b) Nous remarquons la somme $S = -2 + 1 + 4 + 10 + 13 + 16 + 19 + \cdots + 58$ est de la forme $S = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_{20}$. Alors $S = \dfrac{(20+1)(U_0 - U_{20})}{2} = \dfrac{21(-2+58)}{20} = 588$

Exercice 2 :

Partie A : Calcul de probabilité

La boite contenant les 7 papiers marqués : -3 ; -2 ; -1; 1; 2; 3; 4.



1. Nombre de tirages possible : $C_7^2 = 21$

2. a) Card A = $C_3^2 = 3$; alors $P(A) = \dfrac{Card\ A}{Card\ \Omega} = \dfrac{3}{21} = \dfrac{1}{7}$

   b) Card B = $C_3^1 \times C_4^1 = 12$; alors $P(B) = \dfrac{Card\ B}{Card\ \Omega} = \dfrac{12}{21} = \dfrac{4}{7}$.

Partie B : Statistique à deux variables.

1. Coordonnées du point moyen des nuages G.

$\bar{x} = \dfrac{1+2+3+4+5}{5} = 3$ et $\bar{y} = \dfrac{3+2+5+10+5}{5} = 5$. D'où $G(3 ; 5)$.

2. Covariance :

$$Cov(x;y) = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} x_i y_i - \bar{x}\times\bar{y} = \frac{1\times3+2\times2+3\times5+4\times10+5\times5}{5} - 3\times5 = 2{,}4.$$

3. La droite d'ajustement linéaire a pour équation $y = 4{,}2x - 7{,}6$.

   Au $10^{ème}$ jour, correspond $x = 10$. D'où $y = 4{,}2\ 10 - 7{,}6 = 34{,}4$. On peut estimer **34** abonnées.

Problème :

Partie A : Lecture d'une courbe.

1. $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$, $g(1) = e$, $g(2) = 0$ et $g'(1) = 0$.

2. Pour tout x de l'intervalle $]-\infty ; 2]$, $g(x) \geq 0$ car (C_g) est au dessus de l'axe des abscisses.

   Pour tout x de l'intervalle $[2 ; +\infty[$, $g(x) \leq 0$ car (C_g) est au dessous de l'axe des abscisses.

Dans tout ce qui va suivre, on prendra $g(x) = (-x+2)e^x$.

Partie B : Etude d'une fonction f.

La fonction f définie sur IR par : $f(x) = (-x+3)e^x$.

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}(-x+3)e^x = (-\infty)(+\infty) = -\infty$; car $\lim\limits_{x\to+\infty}(-x+3) = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$.

2. a) On a : $(-x+3)e^x = 3e^x - xe^x = f(x)$.

   Autre méthode :

   Factorisons l'expression $3e^x - xe^x$:

   On a : $3e^x - xe^x = e^x(3-x) = (-x+3)e^x = f(x)$. D'où $f(x) = 3e^x - xe^x$.

   b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}(3e^x - xe^x) = 0 - 0 = 0$; car $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x = 0$.

   La droite d'équation $y = 0$ est un asymptote de (C_f) en $-\infty$.

3. a) $f'(x) = [(-x+3)e^x]' = (-x+3)'e^x + (-x+3)(e^x)' = -e^x + (-x+3)e^x$

   $= (-1-x+3)e^x = (-x+2)e^x = g(x)$. D'où $f'(x) = g(x)$.

3. b) D'après A] 2), Pour tout x de l'intervalle $]-\infty ; 2]$, $f'(x) = g(x) \geq 0$; alors la fonction f est croissante sur cet intervalle.

   Pour tout x de l'intervalle $[2 ; +\infty[$, $f'(x) = g(x) \leq 0$; alors la fonction f est décroissante sur cet intervalle.